

Згідно з теоремою 2 біжучі хвилі $u_n(t, x)$ експоненціально орбітально стійкі тоді і тільки тоді, коли

$$n^2 < \frac{1}{6\gamma} (\gamma + 2\alpha)$$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Klevchuk I.I. Existence of countably many cycles in hyperbolic systems of differential equations with transformed argument // Journal of Mathematical Sciences – 2016. 215, No. 3. – P. 341 – 349.
2. Klevchuk I.I. Bifurcation of self-excited vibrations for parabolic systems with retarded argument and weak diffusion // Journal of Mathematical Sciences – 2017. 226, No. 3. – P. 285 – 295.

УДК 004.4:519.684

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ПОШУКУ НАЙБІЛЬШОЇ НЕЗАЛЕЖНОЇ МНОЖИНИ ВЕРШИН ГРАФУ НА КВАНТОВО-КЛАСИЧНИХ ХМАРНИХ СЕРВІСАХ

Вячеслав Корольов , Олександр Ходзінський

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України

korolev.academ@gmail.com, okhodz@gmail.com

Квантові комп'ютери дозволяють отримати в кілька разів швидше рішення ряду NP-складних проблем комбінаторної оптимізації в порівнянні з обчислювальними кластерами. Створення алгоритмів для розв'язування задач комбінаторної оптимізації для гібридних квантово-напівпровідникових обчислювальних комплексів дозволяє прискорити отримання результатів та отримати наближені розв'язки. Наведено приклад розв'язування задачі пошуку найбільшої незалежної множини на квантових комп'ютерах IBM і D-wave, які доступні через хмарні сервіси.

Ключові слова: квантовий комп'ютер, квантова комп'ютерна математика, кубіт, максимальна незалежна множина для графа.

Вступ

Сучасні квантові комп'ютери перейшли зі стадії лабораторних зразків до обчислювальних сервісів, що надаються через хмарні сервіси у мережі Інтернет. Сьогодні квантові комп'ютери дозволяють розв'язувати задачі комбінаторної оптимізації для графів, що налічують до 40 вершин.

Виконання декомпозиції задачі оптимізації на електронних комп'ютерах з передачею підзадач на квантовий комп'ютер дозволяє збільшити кількість вершин графу до декількох сотень.

Квантові комп'ютери на декілька порядків продуктивніше виконують низку широко використовуваних алгоритмів у порівнянні з сучасними електронними комп'ютерними системами, що побудовані на напівпровідникових логічних вентилях. Тому розробка алгоритмічно-програмного забезпечення для квантових комп'ютерів є актуальною науковою і прикладною проблемою.

Загальна схема операцій для квантових обчислень

Квантова суперпозиція - це одночасне існування станів кубіта, які не можуть бути реалізовані одночасно з класичної точки зору. Виконання квантових обчислень базується на послідовності з чотирьох трьох операцій [1-4]:

-формулювання задачі оптимізації згідно до квантову модель обчислень;

-створення квантової суперпозиції;

-виконання обчислень у суперпозиції та перетворень кубітів;

-зменшення шуму вимірювання і зчитування даних.

Розв'язування задачі про найбільшу незалежну множину.

Постановка задачі. Задано простий неорієнтований граф $G(V, E)$, де V – множина вершин, E – множина ребер, n – кількість вершин, m – кількість ребер, $V = \{1, 2, \dots, n\}$, $E = \{(u_1, v_1), (u_2, v_2), \dots, (u_m, v_m)\}$; $u_i, v_i \in V$; $i = 1, \dots, m$. Кожній вершині i поставлено у відповідність змінну x_i , яка може приймати значення 0 або 1: $x = (x_1, \dots, x_n)$, $x_i \in \{0, 1\}$. Задано

також функцію $f(x) = \sum_{i=1}^n x_i$ і обмеження на значення вектора $x = (x_1, \dots, x_n)$:

$(i, j) \in E \Rightarrow x_i + x_j \leq 1$. Таким чином, задача про найбільшу незалежну множину графа (ННМГ) формулюється так:

$$\text{знайти } \max f(x) = \sum_{i=1}^n x_i$$

за обмежень $(i, j) \in E \Rightarrow x_i + x_j \leq 1$ $x_i \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, n$.

Ця задача, як і більшість інших в комбінаторній оптимізації, є NP-складною [1,3-7]. У таких випадках проблеми оптимізації швидко стають невіршуваними методами прямого перебору, навіть із великими

обчислювальними ресурсами. Тому до проблем обчислювально складних задач оптимізації зазвичай застосовують евристичні підходи та емпіричні методи.

Багато задач комбінаторної оптимізації на графах використовують модель квадратичної необмеженої бінарної оптимізації (Quadratic Unconstrained Binary Optimization - QUBO). Задача QUBO визначається за допомогою верхньодіагональної матриці Q розмірності $N \times N$, верхньодіагональної матриці дійсних ваг, x – вектора, двійкових змінних, як мінімізує функцію:

$$f(x) = \sum_i Q_{i,i} x_i + \sum_{i < j} Q_{i,j} x_i x_j$$

де діагональними є лінійні коефіцієнти $Q_{i,i}$, а елементи $Q_{i,j}$ є квадратичними коефіцієнтами.

Оскільки задача пошуку незалежної множини є задачею з обмеженнями, то виконується зведення задачі до загальної форми виду:

$$\min(\text{цільова функція}) + \gamma [\text{обмеження}]$$

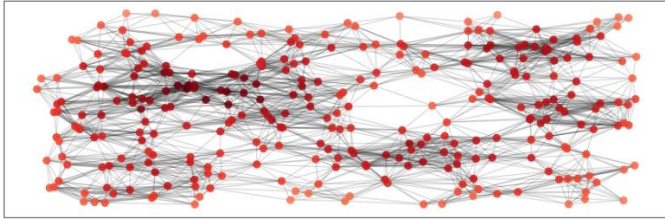
Значення γ виконується налаштуванням параметрів квантових обчислювачів та перевіряється за допомогою повторювання обчислень.

Щоб сформулювати задачу для квантового обчислювача, треба побудувати цільову функцію, яка є відображенням фізичного стану системи як функції бінарних змінних, що представляють кубіти. У квантових обчислювачах вузли графу відображають кубітами, а ребра - з'єднаннями між кубітами. Для більшості випадків чим нижчий енергетичний стан квантової системи, що відображає цільову функцію, тим розв'язок задачі ближче до оптимального.

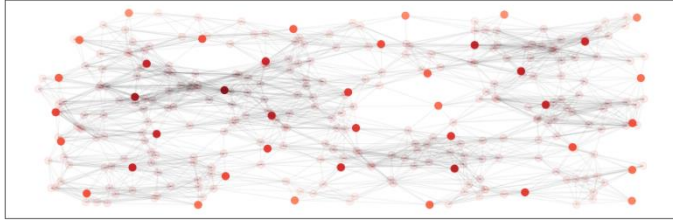
Для декомпозиції задач комбінаторної оптимізації на графах з кількістю вершин понад 40, які зводяться до QUBO, фірма виробник квантових комп'ютерів D-Wave пропонує:

- алгоритми декомпозиції задач;
- способи об'єднання квантових і класичних комп'ютерів;
- процедури керування параметрами робочого процесу для отримання результатів обчислень.

Наведемо візуальні приклади розв'язування задачі пошуку кліки для графу з 300 вершин (малюнки 1-2). Видно, що візуально складно оцінювати якість як розв'язування задачі, так і підзадач утворених сервісами декомпозиції.



Мал. 1. Приклад тестового випадкового графу з 300 вершин



Мал. 2. Розв'язок задачі пошуку ННМГ для тестового графу з 300 вершин

Висновки

Кількість і сила зв'язків між кубітами впливає на розмірність задач, розв'язуваних алгоритмами квантової комп'ютерної математики. Відомо два підходи до обчислення задач комбінаторної оптимізації на квантових комп'ютерах: універсальний, за допомогою квантових вентилів, і спеціалізований, на базі параметризації фізичних процесів. Наведено приклад вирішення задачі пошуку максимальної незалежної множини графа квантово-класичному хмарному сервері фірми D-wave.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Корольов В.Ю., Розв'язування задач комбінаторної оптимізації на квантових комп'ютерах. / О.М. Ходзінський // Cybernetics and Computer Technologies.– 2020.– № 2.– С. 5-13. <https://doi.org/10.34229/2707-451X.20.2.1>
2. Корольов В.Ю. Багаторівневе державне впізнавання об'єктів та аналіз застосовності пост-квантових криптографічних алгоритмів для захисту інформації. / М.І. Огурцов, О.М. Ходзінський // Cybernetics and Computer Technologies.– 2020.– №3.– С. 74-84. <https://doi.org/10.34229/2707-451X.20.3.7>
3. Nielsen M.A. Quantum Computation and Quantum Information. / Chuang I.L. Cambridge: University Press, 2012. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511976667>

4. Asfaw A. Learn Quantum Computation using Qiskit. URL: <https://qiskit.org/textbook/ch-applications/qaqa.html> (accessed 06/21/2021).
5. Gary M., Computing machines and difficult-to-solve problems. /Johnson D. Mir: Moscow.– 1982. (in Russian)
6. Talbi E.-G. Metaheuristics: from design to implementation.– Wiley: Hoboken.– 2009.
7. Гуляницький Л.Ф., Мулеса О.Ю. Прикладні методи комбінаторної оптимізації/ – К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2016. – 142 с.

КОНЦЕПЦІЯ ЕКОЛОГІЧНО БЕЗПЕЧНОЇ ДОРОГИ “SMARTWAY”

Андрій Мельничин, Андрій Веліховський, Іванків Олег
andriy.melnychyn@lnu.edu.ua, andriygh2326@gmail.com,
oleguk0509@gmail.com

Вступ. Робота націлена на розробку прототипу розумної екологічно безпечної дороги, що дасть змогу вирішити чимало екологічних і технічних проблем, зокрема таких як, забруднення атмосфери внаслідок викидів CO₂, нагромадження пластикових відходів, тривалий час будівництва та висока ціна бітумних доріг, залежність від екологічно шкідливих видів палива для автомобілів, проблеми ефективного контролю трафіку.

Інноваційність даного проекту полягає в можливості динамічної зарядки електромобілів під час руху на екологічно чистому покритті дороги з переробного пластику із досягненням високого ККД у системі автомобіль – дорога.

Дана розробка може знайти широке практичне використання. Будівництво доріг даного типу дозволить скоротити витрати на обслуговування дорожньої інфраструктури. Також даний тип пластикових доріг можна легко монтувати за рахунок модульної будови та налаштувати для подальшої експлуатації. Варто зазначити, що час будівництва таких доріг на 70% менший в порівнянні зі звичайними бітумними дорогами. Ще до переваг полімерних доріг можна віднести їхню міцність, зносостійкість та можливість повторної переробки після закінчення терміну експлуатації.

Процес розробки системи. Для перевірки працездатності запропонованої системи спершу проведено ряд експериментів для визначення ККД в системах контурів приймач–передавач та передавач–передавач. Ці дослідження дозволили приблизно оцінити зміни ККД в повномасштабній

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
АКАДЕМІЯ НАУК ВИЩОЇ ШКОЛИ УКРАЇНИ
ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України
SOFTSERVE

XXVI Міжнародна
наукова конференція

СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ ТА КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК

APAMCS – 2021

присвячена
100-річчю проф. Н.П. Флейшмана,
360-річчю Львівського національного університету
імені Івана Франка

27–28 вересня 2021 року

Збірник наукових праць

Львів – 2021