

КОМБИНИРОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ОПТИМИЗАЦИИ МУРАВЬИНЫМИ КОЛОНИЯМИ И *H*-МЕТОДА*

Леонид Гуляницкий, Сергей Сиренко

Аннотация: Предлагается метаэвристический метод комбинаторной оптимизации, который базируется на двух популяционных алгоритмах – оптимизации муравьиными колониями и *H*-методе. Метод оптимизации муравьиными колониями представляет класс методов роевого интеллекта и успешно применяется к сложным задачам комбинаторной оптимизации. Он является многоагентной оптимизационной системой с распределенной непрямой формой общения между агентами. Метаэвристика *H*-метода использует определенные аналогии с известным в недифференцируемой непрерывной оптимизации методом Нелдера-Мида, применяя в процессе поиска оптимального решения специальным образом определенные отрезки. Эффективность предложенного подхода проиллюстрирована на основе результатов вычислительного эксперимента по решению ряда задач коммивояжера.

Ключевые слова: комбинаторная оптимизация, метаэвристики, популяционные методы, оптимизация муравьиными колониями, *H*-метод, задача коммивояжера.

ACM Classification Keywords: G.1.6 [Numerical Analysis] Optimization – Stochastic programming, G.2.1 [Discrete Mathematics] Combinatorics – Combinatorial algorithms, I.2.8 [Artificial Intelligence]: Problem Solving, Control Methods, and Search – Heuristic methods.

Conference: The paper is selected from XIVth International Conference "Knowledge-Dialogue-Solution" KDS 2008, Varna, Bulgaria, June-July 2008

Введение

Задачи комбинаторной оптимизации (КО) возникают во многих областях применения вычислительных методов, в частности, таких как искусственный интеллект, исследование операций, биоинформатика, планирование, маршрутизация, составление расписаний, распределении ресурсов и т. д. Одними из наиболее известных задач КО являются задача коммивояжера, квадратичная задача о назначении, задача выполнимости высказываний [1]. Большинство практически важных задач КО относится к числу *NP*-трудных, что, наряду с возможными погрешностями в задании исходных данных и существенным количеством локальных минимумов целевой функции, делает нецелесообразными использование точных алгоритмов решения ввиду значительных вычислительных затрат. Эти и другие аспекты, а также прогресс в разработке высокопроизводительных средств вычислительной техники обусловили интенсивное развитие в последние годы класса приближенных методов, которые получили название метаэвристических [2]. Многие из этих методов сравнительно просты в описании и реализации, будучи способными при этом эффективно решать реальные задачи с повышенной эффективностью. Хотя метаэвристические методы в ряде случаев уступают по точности специальным методам решения отдельных задач КО, в силу своей структуры и гибкости они позволяют создавать на основе единой вычислительной схемы алгоритмы решения довольно широкого класса задач с приемлемой для практики трудоемкостью. На создание многих таких методов исследователей натолкнули разнообразные природные механизмы (например, такие как механизм эволюции или поведение социальных насекомых). Несмотря на отсутствие на данный момент общепринятого формального определения, метаэвристические методы можно понимать как комбинацию двух техник: общая схема строится на

* Исследования проведены при частичной поддержке INTAS (проект 06-1000017-8909)

базовом методе, в которую включается та или иная встроенная процедура. Важным аспектом есть то, что встроенная процедура – это в большинстве случаев самостоятельный алгоритм решения той же задачи, что и метаэвристический метод в целом. Многие из разработанных метаэвристических методов относятся к классу популяционных алгоритмов [2], т.е. алгоритмов, в которых, в отличие от траекторных, на каждой итерации обрабатывается не один, а сразу несколько вариантов решения.

Ниже предлагается и анализируется метаэвристический метод решения задач КО, который разработан на основе комбинации двух популяционных подходов: оптимизации муравьиными колониями и H -метода.

Определение задачи комбинаторной оптимизации

Приведем формальное определение задачи КО [3]. Пусть заданы $Y=\{1, \dots, m\}$, Z – дискретное, в частности, конечное пространство (назовем его образующим), φ – гомоморфизм, $\varphi: Y \rightarrow Z$, удовлетворяющий некоторой системе ограничений Ω . Напомним, что под дискретным пространством понимается множество, состоящее из изолированных точек.

Определение 1. Под комбинаторным объектом κ будем понимать триаду $\kappa = (\varphi, \tilde{X}, \Omega)$, где $\varphi: Y \rightarrow \tilde{X}$, а \tilde{X} – определенное базовое пространство.

Определение 2. Задачей КО, называется задача нахождения такого $x_* \in X$, что

$$x_* = \arg \min_{x \in D \subseteq X} f(x).$$

где X – пространство решений задачи, элементами которого являются комбинаторные объекты, D – его подпространство, определяемое ограничениями задачи Ω , $f: X \rightarrow \mathbb{R}^1$ – заданная целевая функция задачи.

Общая схема H -метода

В ряде развитых алгоритмов КО во избежание концентрации поиска в ограниченной подобласти пространства решений задачи X и повышения точности получаемых решений используются процедуры возмущения (как в повторяющемся локальном поиске [4]) или скрещивания и мутации, как, например, в генетических алгоритмах (ГА) или меметических алгоритмах (МА) [1]. Заметим, что подобные процедуры порождают подмножества вариантов решения, которые не согласованы с топологией пространства X . В то же время, примером подобного согласования является метод деформированных многогранников [6], развитием которого является H -метод. Осуществляемое в нем использование специальных отрезков дает возможность синтезировать поиск в окрестностях и глобальное сканирование пространства решений X , причем процедура сканирования, в отличие от общих операторов возмущения или рекомбинации в большинстве других метаэвристических методов, определена конкретно.

Приведем определение понятие d -отрезка [6], соединяющего две произвольные точки $x, y \in X$, если $X = (X, d)$ – метрическое пространство с метрикой d .

Определение 3. Назовем d -отрезком $/x, y/$, $x, y \in X$, упорядоченную совокупность точек $x_i \in X$, $i = 1, \dots, k$, которые удовлетворяют условию: $d(x, x_i) + d(x_i, y) = d(x, y)$ для всех $i = 1, \dots, k$, причем $x_1 = x$, $x_k = y$, а $d(x, x_i) < d(x, x_{i+1})$, $i = 1, \dots, k - 1$; при этом не существует точки $z \in X$ такой, что $d(x_i, z) + d(z, x_{i+1}) = d(x, x_{i+1})$, $z \neq x_i, z \neq x_{i+1}$, $i = 1, \dots, k - 1$.

Определение 4. Назовем d -интервалом $<x, y>$ упорядоченную совокупность $/x, y/ \setminus \{x, y\}$, а d -полуинтервалом $<x, y/$ – множество $/x, y/ \setminus \{x\}$.

Дальше рассматриваются такие пространства вариантов решения X , для которых $d(x, y) = bh$ (b – натуральное, $h > 0$), причем если $d(x, y) > h$, то интервал $\langle x, y \rangle \neq \emptyset$. Суть подхода изложим в предположении, что $D \equiv X$, т.е. X будет играть роль пространства допустимых решений.

Вычислительная схема H -метода в терминах эволюционных вычислений представлена на рис. 1 [6], где Local_Search – функция, осуществляющего поиск локального оптимума.

```

procedure  $H(x)$ ;
begin
     $h := 0; P^0 := \emptyset$ ;
    for  $i:=1$  to  $m$  do
         $x :=$  некоторый начальный вариант решения;
         $P^0 := P^0 \cup \text{Local\_Search}(x)$ ;
    end for;                                     {сформирована начальная популяция  $P^0$ }
    repeat
         $P := P^h$ ;
        for  $i:= 1$  to  $k$  do
            ОтборДляВариации ( $x, y \in P$ );
            ПостроениеПолуинтервала  $\langle x, x^\infty / : y \in \langle x, x^\infty / \& f(x) > f(y)$ ;
             $z := \arg \min \{f(u) : u \in \langle x, x^\infty / \setminus L(y), y \in \langle x, x^\infty / \}$ ;
             $P := P \cup \text{Local\_Search}(z)$ ;
        end for;                                 {сформирована временная популяция из  $m+k$  точек}
        for  $i:=1$  to  $l$  do
            ОтборДляМутации ( $x \in P$ );
             $z :=$  Мутация ( $x$ , предыстория);
             $P := P \cup \text{Local\_Search}(z)$ ;
        end for;                                 {сформирована временная популяция из  $m+k+l$  точек}
         $P^{h+1} :=$  ОтборПопуляции ( $P$ );
         $h := h+1$ ;
    until не выполняется условие завершения;
     $x := \arg \min \{f(u) : u \in P\}$ ;
    return  $x$ ;
end

```

Рисунок 1. Схема H -метода

Основные параметры H -метода (в терминах эволюционных вычислений):

m – число индивидов в популяции;

k – количество пар индивидов, выбираемых для исследования (проведения полуинтервалов от текущей точки до максимально удаленной и поиска минимума на этих прямых);

l – количество индивидов, которые подлежат мутации;

$L(y)$ – окрестность, точки которой, находящиеся на построенном полуинтервале, исключаются из рассмотрения;

x^∞ – точка, максимально удаленная в пространстве вариантов решений от точки x (в случае большой трудоемкости нахождения минимума вдоль полуинтервала $\langle x, x^\infty /$ или бесконечности пространства X следует ввести дополнительный параметр, который ограничивал бы часть полуинтервала, подлежащую рассмотрению).

Как и в алгоритме повторяющегося локального поиска или МА [1], H -метод оперирует с локальными экстремумами. Их множество P играет роль, аналогичную популяции в ГА или МА – поэтому использованные в нем три процедуры отбора могут реализовываться по аналогии с эволюционными алгоритмами. Принципиальное отличие алгоритма H -метода – глобальный характер поиска в пространстве решений X путем нахождения субоптимального решения исходной задачи на основе решения для подзадач вида:
$$z = \arg \min_{u \in \langle x, x^\infty \rangle \cap L(y)} f(u) .$$

Оптимизация муравьиными колониями

В последние годы в КО активно развиваются методы так называемого роевого интеллекта, в которых совокупность сравнительно простых агентов конструирует стратегию своего поведения без наличия глобального управления [7]. Одним из широко известных роевых методов является метод оптимизации муравьиными колониями (ОМК). По аналогии с биологической моделью, ОМК базируется на непрямом обмене информацией колонии агентов, называемых искусственными муравьями, использующих феромонные следы как коммуникационное средство [8]. Феромонные следы в ОМК служат распределенной численной информацией, которая наряду с эвристической информацией о задаче используется муравьями для недетерминированного конструирования решений задачи и которую муравьи адаптивно изменяют для отображения опыта, накопленного в процессе поиска решения. ОМК может быть применена практически к любой задаче КО, которая допускает следующее представление [9,10]:

- дан конечный набор компонент решений $C = \{c_1, c_2, \dots, c_{N_C}\}$;
- определены *состояния* проблемы s , $s = \langle c_i, c_j, \dots, c_k, \dots \rangle$, множество всех возможных последовательностей S и множество \tilde{S} всех последовательностей, которые удовлетворяют ограничением задачи Ω , при этом $D \subseteq \tilde{S}$ и $\tilde{S} \subseteq S$;
- с теми состояниями s , которые не являются решениями, можно ассоциировать стоимость или ее оценку $J(s)$ и при этом, если состояние s_1 можно получить добавлением компоненты решения к состоянию s_2 , то $J(s_2) \leq J(s_1)$ (отметим, что $J(x) = f(x)$);
- определен конечный набор L возможных соединений между элементами C на подмножестве \tilde{C} декартового произведения: $\tilde{C} \subseteq C \times C$;
- с компонентами $c_i \in C$ и соединениями $l_{ij} \in L$ ассоциируются феромонные следы, представляющие долговременную память о всем процессе поиска, которая изменяется непосредственно муравьями, и эвристические значения – они являются априорной информацией о конкретной задаче или информацией о времени выполнения, которая предоставляется отличным от муравьев источником.

При подобном представлении задачи каждый муравей k колонии имеет следующие свойства [9]:

- он использует граф $G = (C, L)$ для поиска оптимального решения, передвигаясь по соединениям из L ;
- он имеет память, которую использует для хранения информации о пройденном пути (память может использоваться для нахождения допустимых решений, для оценки найденного решения или для возвращения назад с целью размещения феромона);
- ему может быть присвоено *начальное состояние* и одно или больше завершающих условий e^k ;
- муравей k в состоянии $s_r = \langle s_{r-1}, i \rangle$ может переместиться в любой узел из множества допустимых соседних к нему узлов;
- переход осуществляется с помощью вероятностного правила решения, которое является функцией: (1) значений, которые хранятся в локальной для вершины структуре данных (называемой *таблицей муравьиных маршрутов*) и получены функциональной композицией локально доступных для вершины

феромонных следов и эвристических значений, (2) личной памяти муравья, которая хранит его предысторию, и (3) ограничений задачи;

- построение решения завершается, если выполняется, по крайней мере, одно из условий e^k ;
- добавив к текущему состоянию компоненту $c_i \in C$, муравей может обновить феромонный след на компоненте или соответствующем соединении (*онлайнное пошаговое обновление феромона*);
- найдя решение, муравей может пройти этот же путь назад и обновить феромонный след на использованных соединениях или компонентах (*онлайнное отсроченное обновление феромона*).

Важно отметить, что муравьи передвигаются одновременно и независимо, и каждый муравей достаточно сложен, чтобы быть в состоянии найти (вероятно, плохое в смысле целевой функции) решение данной задачи. Хорошие решения, обычно, появляются только в результате коллективного взаимодействия между муравьями, которое достигается путем непрямого общения посредством информации, которую муравьи записывают/считывают в переменные, содержащие значения феромонных следов. В известном смысле, это является распределенным процессом обучения, в котором отдельные агенты-муравьи, не адаптируются, а наоборот, адаптивно изменяют вид и восприятие задачи другими агентами.

Кроме деятельности муравьев, алгоритм ОМК включает еще две процедуры [9]: *испарение феромонного следа* и *действия демона*. Испарение феромона – это процесс, с помощью которого интенсивность феромонного следа на соединениях автоматически уменьшается со временем. Оно осуществляет полезную форму «забывания», содействуя исследованию новых областей в пространстве поиска и избеганию очень быстрой сходимости алгоритма к субоптимальной области. Другими словами, она не определяет следует ли их выполнять параллельно и независимо, или необходима какая-то форма их синхронизации – эти вопросы оставляются на усмотрение разработчика конкретного алгоритма, допуская свободу в определении способа взаимодействия этих процедур.

Главная процедура метаэвристики [9], представленной на рис. 2, – *Планирование Действий* не определяет, каким образом распланированы и синхронизированы *Деятельность Муравьев*, *Испарение Феромона* и *Действия Демона*.

Действия демона могут использоваться для осуществления централизованных действий, которые не могут быть выполнены отдельными муравьями. Например, активация процедуры локальной оптимизации или сбор глобальной информации, которая может быть использована для принятия решения: будет или не будет полезным откладывание дополнительного феромона для отклонения процесса поиска от локальной перспективы. Обновления феромона совершаемые демоном называется *оффлайнным обновлением феромона*.

procedure ОМК()

while (не_выполнено_условие_останова)

Планирование Действий

Деятельность Муравьев();

Испарение Феромона();

Действия Демона(); {необязательны}

end *Планирование Действий*

end while

end procedure

Рисунок 2. Метаэвристика алгоритма оптимизации муравьиными колониями

Метаэвристический метод на основе синтеза алгоритмов ОМК и H -метода

Предлагается новый метаэвристический метод КО ОМК_Н, который базируется на использовании идей двух описанных выше популяционных методов – ОМК и H -метода. Алгоритмы этого метода сохраняют положительные стороны обоих использованных подходов и является методом, который конкретизацией проблемно-зависимых частей позволяет решать как некоторый класс близких по постановке задач КО, так и задачи КО из разных классов.

Опишем пошаговую схему предложенного алгоритма, который назовем ОМК_Н методом.

Алгоритм ОМК_Н. Алгоритм характеризуется тем, что с точки зрения вычислительной структуры, схема H -метода является в некотором смысле встроенной в метод ОМК.

Шаг 1. Производятся стандартные для ОМК процедуры инициализации.

Шаг 2. Происходит построение муравьями решений. При этом онлайнное обновление феромона не производится.

Шаг 3. Решения передаются в H -метод, где формируют начальную популяцию. Выполняется алгоритм H -метода и полученные решения возвращаются в ОМК.

Шаг 4. Производится оффлайнное обновление феромона и действия демона. При этом локальный поиск в ОМК не включается.

Шаг 5. Производится проверка условий останова ОМК. В случае их выполнения возвращается лучшее найденное решение, иначе совершается переход на шаг 2.

С точки зрения структуры данное комбинирование агрегирует такие две альтернативы. С одной стороны, ОМК выступает генератором начальных популяций для H -метода и инициализирует выполнение этого метода до выполнения условий останова последнего. С другой стороны, H -метод выступает в качестве усложненной процедуры демона (вместо обычно используемых алгоритмов локального поиска) для улучшения решений, построенных очередным поколением муравьев. В зависимости от соотношения условий останова в ОМК и H -методе при реализации ОМК_Н, он может быть более близок к тому или другому исходному методу.

Целесообразность предложенного комбинирования можно обосновать такими соображениями. Во-первых, оба базовых метода представляют два принципиально отличных подхода исследования пространства решения: ключевой идеей ОМК является многоагентный поиск, а в основе H -метода лежит использование глобального сканирования пространства решений. Во-вторых, предложенное объединение согласовано с идеологией обоих методов. Поэтому комбинирование этих метаэвристических концепций потенциально повышает вероятность нахождения более точных решений.

Вычислительный эксперимент

Поскольку теоретические исследования алгоритмов КО крайне редко позволяют получать практически применимые результаты, принято анализировать показатели эффективности путем проведения вычислительных экспериментов. С этой целью обычно используют "классические" модели КО – такие, например, как задача коммивояжера (ЗК) [1]. Для исследования предложенного метода был проведен вычислительный эксперимент по решению серии задач коммивояжера, в котором он сравнивался с алгоритмом H -метода и одним из наиболее эффективных алгоритмов оптимизации муравьиными колониями решения задачи коммивояжера – алгоритмом $MMAS$ [11], реализация которого взята из пакета ACOTSP [12]. На основе предварительного анализа были выбраны такие значения параметров H -метода: $m = 50$, $k = 20$, $l = 0$, точка x^∞ и полуинтервал $< x, x^\infty /$ среди всех возможных определялись

случайным образом, окрестность $L(y)$ состояла только из точки y . В качестве функции Local_Search взята реализация алгоритма 3-opt [1] из пакета ACOTSP [12]. В алгоритме *MMAS* количество муравьев составляло 50, коэффициент испарения феромона [10,11] $\rho = 0.5$, в псевдослучайном пропорциональном правиле выбора [10,11], которое применяли муравьи при построении решений, были такие значения параметров $\alpha = 1$, $\beta = 2$. В качестве деятельности демона в алгоритме *MMAS* ко всем построенным муравьями решениям применялся алгоритм локального поиска 3-opt.

В табл. 1 приведены результаты 20 вариантов решения задач, взятых из известной Интернет-библиотеки TSPLIB [13]. Здесь число в названии задачи обозначает ее размерность, f^* – известное значение целевой функции в точке глобального минимума, f – лучшее найденное соответствующим алгоритмом значение целевой функции, δ – средняя относительная погрешность алгоритма (%), t_{lim} – ограничение на время работы алгоритма, t – среднее время, на протяжении которого алгоритмом было найдено лучшее решение на ПЭВМ класса Pentium-IV 2,66 ГГц (сек).

Таблица 1 Результаты решения ЗК

Задача	f^*	t_{lim} , сек	<i>MMAS</i>			<i>H</i>			ОМК_Н		
			f	$\delta, \%$	$t, \text{сек}$	f	$\delta, \%$	$t, \text{сек}$	F	$\delta, \%$	$t, \text{сек}$
a280	2579	2	2579	0,00	0,45	2579	0,00	0,27	2579	0,00	0,35
pcb442	50778	20	50778	0,24	12,33	50778	0,19	8,00	50778	0,18	9,19
rat783	8806	40	8806	0,11	27,12	8806	0,25	31,65	8806	0,18	31,54
d1291	50801	60	50828	0,19	37,09	50820	0,19	35,46	50801	0,15	33,80
pr2392	378032	80	380001	0,87	78,74	380761	0,93	78,98	379923	0,81	62,72

Как свидетельствуют результаты вычислений, во всех задачах, которые использовались в исследовании, ОМК_Н показал лучшие по точности результаты (либо одинаковые, в случае, когда все алгоритмы нашли оптимальное решение), при этом время работы было сравнимым или лучшим. Именно достижение повышения эффективности предложенного метода по сравнению с базовыми методами является важным, поскольку цель работы и заключалась в разработке и исследовании подхода, который может быть использован к широкому кругу задач КО. Отметим, что разработка эффективных алгоритмов решения ЗК, ввиду широкого круга ее практических применений и сложности, также является важным направлением исследований.

Заключение

Предложенный подход, который базируется на двух популяционных методах – оптимизации муравьиными колониями и *H*-методе, показал свою эффективность при экспериментальном исследовании. Комбинирование стратегий поиска, согласованное со структурой базовых методов, позволило достичь лучших показателей эффективности при решении ряда известных ЗК.

Важной целью дальнейших исследований может стать экспериментальное сравнение предложенного подхода с другими приближенными методами КО, а также получение теоретических условий сходимости и трудоемкости алгоритмов метода, предназначенных для решения конкретных классов задач КО. Целесообразно также исследовать вопросы эффективной реализации алгоритмов ОМК_Н на многопроцессорных вычислительных системах.

Список литературы

- [1] Hoos H.H., Stützle T. Stochastic Local Search: Foundations and Applications. – San Francisco: Morgan Kaufmann Publ., 2005. – 658 p.
- [2] Blum C., Roli A. Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison // ACM Computing Surveys. – 2003. – 35, No. 3. – P. 268–308.
- [3] Гуляницкий Л.Ф., Сергиенко И.В. Метаэвристический метод деформированного многогранника в комбинаторной оптимизации // Кибернетика и системный анализ. – 2007. – №6. – С. 70-79.
- [4] Lourenço H. R., Martin O., Stützle T. Iterated local search // Handbook of Metaheuristics: International Series in Operations Research & Management Science, vol. 57 (Eds. F. Glover and G. Kochenberger). – Norwell: Kluwer Academic Publishers, MA, 2002. – P. 321–353.
- [5] Гуляницкий Л.Ф. Метод деформаций в дискретной оптимизации // Исследование операций и АСУ. – 1989. – Вып. 34. – С. 30–33.
- [6] Гуляницкий Л.Ф. Об одном метаэвристическом методе комбинаторной оптимизации // Компьютерная математика. – 2006. – № 2. – С. 1–6.
- [7] Kennedy J., Eberhart R. C. Swarm Intelligence. – San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers. – 2001. – 512 p.
- [8] Dorigo M., Maniezzo V., Colomi A. Positive feedback as a search strategy. – Milan: 1991. – (Tech. Rep. 91-016. Politecnico di Milano, Dipartimento di Elettronica).
- [9] Dorigo M., Stützle T. The ant colony optimization metaheuristic: Algorithms, applications and advances. // Handbook of Metaheuristics: International Series in Operations Research & Management Science, vol. 57 (Eds. F. Glover and G. Kochenberger). – Norwell: Kluwer Academic Publishers, MA, 2002. – P. 251-285.
- [10] Dorigo M., Stützle T. Ant Colony Optimization. – Cambridge: MIT Press, MA, 2004. – 348 p.
- [11] Stützle T., Hoos H. Max – Min Ant System // Future Generation Computer Systems. – 2000. – № 8. – P. 889–914.
- [12] Stützle T. ACOTSP, Version 1.0 // <http://www.aco-metaheuristic.org/aco-code>. – 2004.
- [13] TSPLIB // <http://elib.zib.de/pub/mp-testdata/tsp/tsplib/tsplib.html>.

Об авторах

Леонид Гуляницкий (*Hulianytskyi*) – д.т.н., ведущий научный сотрудник Института кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины, пр. Глушкова, 40, Киев, 03680, Украина. e-mail: lh_dar@hotmail.com

Сергей Сиренко (*Sirenko*) – аспирант, Институт кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины, пр. Глушкова, 40, Киев, 03680, Украина. e-mail: s.sirenko@gmail.com